Number of polygon in Mathematical Beadwork

（数学的ビーズ編みの）多角形の数

数学的ビーズ編み（Mathematical Beadwork＝MB）とは，私が趣味で編んでいるビーズ作品のことです。右の写真にあるように，（中央に穴のある）すべて同径の球体でできたビーズを紐で編んだ構造をしています。

この立体造形物 MB は，ビーズが環状に繋がっている部分を，「多角形」と見ることができる。その多角形の個数について，次のような性質がある。ただし，三角形や四角形また８角形以上の多角形を構造の中に含まないものを考えている。つまり，ビーズが環状に繋がっている形は，５，６，７角形のみとする。

立体構造として穴の無いビーズ編みは，（５角形の個数)＝(７角形の個数)＋１２ 立体構造として穴のあるビーズ編みは，（５角形の個数)＝(７角形の個数)

a：５角形の数，b：６角形の数，c：７角形の数とし，多面体について，v：頂点の数，e：辺の数，f：面の数とする。オイラーの多面体定理は，

$$v-e+f=2-2g \quad \cdots\cdots ①$$（ただし，g：多面体に開いた穴の数）

である。

まず，多面体の面数を数えて，

$$f=a+b+c \quad \cdots\cdots ②$$

であることは，明らかである。

次に，各辺の両側には，面があるので，延べ辺数を半分にすれば，辺の数になるので，

$$e=\frac{1}{2}(5a+6b+7c) \quad \cdots\cdots ③$$

を得る。

最後に，MB では頂点には３つの面が集まっているので，

$$v=\frac{1}{3}(5a+6b+7c) \quad \cdots\cdots ④$$

となる。（多面体一般では，④は言えない）

①～④より，

$$\frac{1}{3}(5a+6b+7c)-\frac{1}{2}(5a+6b+7c)+(a+b+c)=2-2g$$

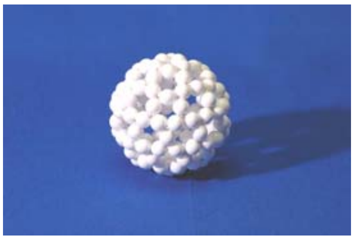
整理して，

$$a = c + 12 - 12g \qquad \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot (\alpha)$$

となる。

まとめると，

$$\begin{cases} g = 0 & a = c + 12 \\ g = 1 & a = c \\ g = 2 & a = c - 12 \\ \quad \cdots & \end{cases}$$



$g = 0$ の例　$(a, c) = (12, 0)$　　$(a, c) = (24, 12)$　　$(a, c) = (48, 36)$



$g = 1$ の例　$(a, c) = (14, 14)$　　$(a, c) = (60, 60)$　　$(a, c) = (50, 50)$

参考写真