

正三角形から正方形へのトランスフォーム

ヘンリー・アーネスト・デュードニー (Henry Ernest Dudeney) 氏のパズル

正三角形を直線によって 4 つの断片に分解し、再配置して正方形にする方法

点 T 以外の三つの白丸を回転の中心として、三角形 OAB を変形し、正方形 PQRS にすることができるような点 T の位置を決める。つまり、線分 TB の長さ = x を決定する。

正三角形 OAB の 1 辺の長さを $2a$ とし、正方形 PQRS の 1 辺の長さを $2b$ とする。この二つの図形の面積が等しいので、

$$\sqrt{3}a^2 = (2b)^2 \quad \dots \dots \dots \quad ①$$

また、線分 TR について、

$$TQ + TU = PS = 2b$$

$$QR = 2b$$

である。

いま、 $UV = VR = c$ とおくと、 $QU = 2b - 2c$ となる。したがって、

$$TQ = \frac{1}{2} \{2b - (2b - 2c)\} = c$$

となり、

$$TV = TQ + QU + UV = c + (2b - 2c) + c = 2b$$

を得る。したがって、三角形 BTV において余弦定理を適用すると、

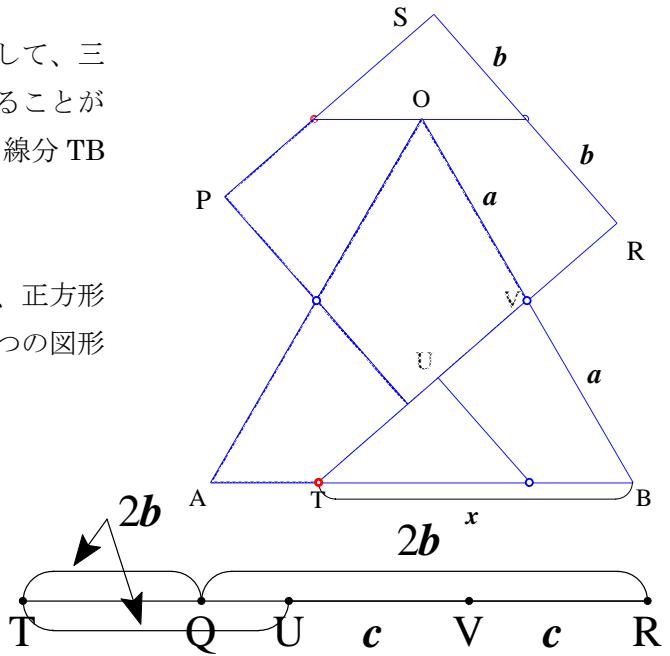
$$(2b)^2 = a^2 + x^2 - 2ax \cos 60^\circ$$

$$x^2 - ax + (1 - \sqrt{3})a^2 = 0$$

$x > 0$ であるので、

$$x = \frac{1 + \sqrt{4\sqrt{3} - 3}}{2} a \quad \left(\frac{x}{a} = 1.490984767 \dots \right)$$

を得る。



【模型の製作】

模型を作るときの図面として、右のようになる。現実の模型では、5 cm を単位として制作しても、正三角形と正方形のトランスフォームの模型を作ればよい。

点 T 以外の白丸に回転の中心をもうければ、この 4 片は離れることなく回転運動をするので、正三角形から正方形へと「トランスフォーム」す模型が完成する。

