堀部さんへ。なぜ江川邸の算額が面白いか。深川。

---

1 享和2(1802)年奉納，サイズはたて44.3、よこ91.3厚さ2.0センチ。

江川邸関係者も誰もその実物を見たことがなかったのが、平成24年、邸内にある北の米蔵の物置の中で偶然発見したとのことです。高札などの板がたくさん積まれた中にはさまれていたようです。

2 **この算額は享和2(1802)年に江川英毅(1770−1834)が土祠に奉納されたもので，横91.3cm縦44.3cmの小型算額である。これは和算書「賽祠神算」に記録されていて現存は確認されていなかったが平成24年江川邸の倉庫で発見された。**

額面には2題の問題が書かれている。

問題1.

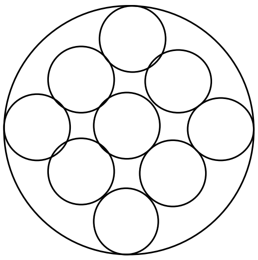


Figure1

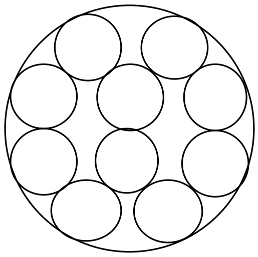
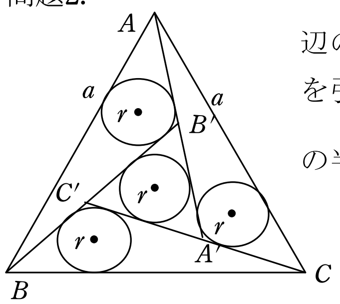


Figure 2

図のように半径Rの中に9個または10個の接触する円が 内接している。これら等円の半径を求めよ。

両方とも小円の半径rは$r=\dfrac{\sqrt{8}-1}{7}R$となる。

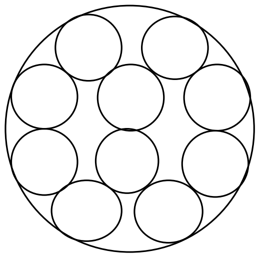
問題2.



辺の長さがaの正三角形ABC内に図のように各頂点から3本の線分を引き4個の三角形の内接円が等しいとする。このとき個の内接円の半径rをaで表せ。答え。 $r=\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{8}a.$

3 **問題解説。これを解説すると面白いですよ。**

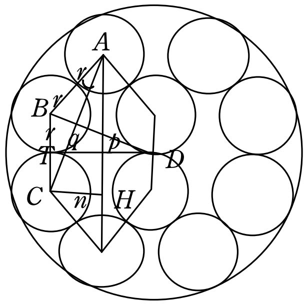
問題１。



いま図のように10個の等しい円が直径が$2R$の円に内接している。

このとき，$2r$を求めよ。答。$2r=\dfrac{\sqrt{8}-1}{7}(2R)$。

この問題は同時期に宮崎県鵜戸神社に奉納されたもので和算家の解法も知られています。以下がその解答です。



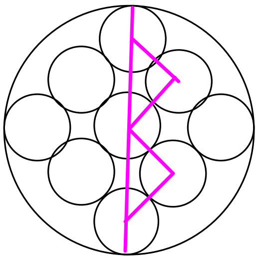
$AC=q, CH=n, BD=p$として三角形の相似を使う。図より

$\dfrac{2n}{p}=\dfrac{q/2}{2r}[=\cos\angle BDT]\ \dfrac{n}{q}=\dfrac{r}{p}[=\sin\angle BDT]$。

$pq=8nr, n=\dfrac{qr}{p}$。従って，$pq=\dfrac{8qr^2}{p}$，$p^2=8r^2$。

$p=R-r=\sqrt{8}\,r$ 。$r=\dfrac{R}{\sqrt{8}+1}=\dfrac{(\sqrt{8}-1)}{7}R=0.26120..R$。

<u>数学教材の工房の堀部氏へ。</u>このサイズで10個の円盤を作って大きな円に並べてください。次に円盤を一つ取って9個の円盤を以下のように並べます。

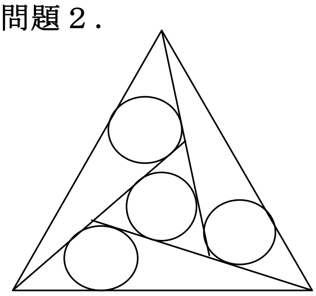


これで円盤の直径を計算してみます。大円の中心を通る縦の直径を引けば$2R=r+\sqrt{4+4}\,r+\sqrt{4+4}\,r+r=(2+4\sqrt{2})r$なので$r=\dfrac{R}{\sqrt{8}+1}=\dfrac{\sqrt{8}-1}{7}R$と簡単に求まる。しかも同じ答え。

おもしろいでしょう。実物を作ると。

この江川邸は明らかにお金持ち。当時のお金持ちがインテリゲンチャとして人生を楽しむことは大いにあります。江川(30歳くらい)は当時伊豆あたりでまで「数学教えます」のキャチフレーズで豊橋から歩いて商売していた和算家斉藤中立を邸宅に入れ数学を楽しんでいた。新幹線でなく徒歩で豊橋から伊豆まで出掛けていたなんて。斉藤は初めの問題の解を知っていて，これが9個の場合と同じ答になることを知って江川氏に算額奉納を勧めた。以上深川の創作だが算額の序文に師匠斉藤(ペンネーム芳川1743−1804)の名もあり，江川はうれしくて江戸の和算家に問題を連絡した(そのとき,１字間違えた)。この算額は和算書「賽祠神算」(1830)に記録された。ついでに師匠は自分が三河で奉納した算額の問題から条件を変えて江川を指導した。

問題２.



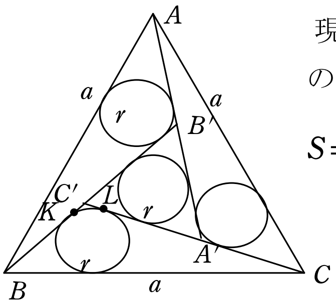
いま図のように正三角形の内に3頂点から斜線を引き4個の等円を内接させる。三角形の一辺の長さを$a=10$寸とするとき，等円の直径$2r$はいくらかを問う。

答えて曰く。等円の直径は$2r=2.28445...$寸。

解法に曰く。

$$2r=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{4}\times a。$$

和算家の解答。



現代的に紹介する。まず，図のように記号を付ける。下の三角形の内接円と辺の接点をK',L'とする。面積で考える。

$S=\triangle ABC=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$。他方，これを4つの三角形の和とみれば

$$2r=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{4}\times a=[0.2284251259..\times 10=2.2284251259...]$$

$$S=3\triangle C'BC+\triangle A'B'C'=\frac{3r(C'B+BC+CC')}{2}+3\sqrt{3}\,r^2.$$

ここで，$C'B+BC+CC'=2a+2C'L=2a+\dfrac{2}{\sqrt{3}}r$。したがって，

$\dfrac{3r}{2}\left(2a+\dfrac{2r}{\sqrt{3}}\right)+3\sqrt{3}\,r^2=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$。$3ar+\sqrt{3}\,r^2+3\sqrt{3}\,r^2=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$。

$16\sqrt{3}\,r^2+12ar-\sqrt{3}\,a^2=0$, $16r^2+4\sqrt{3}\,ar-a^2=0$,

$r=\dfrac{-2\sqrt{3}\pm\sqrt{12+16}}{16}a=\dfrac{-\sqrt{3}+\sqrt{7}}{8}a$。

求める直径$2r=\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{4}a=0.2284251259$。額面通り。

この斉藤が豊橋で掲げた算額は存在そのものが疑問符でしたが約15年前に豊橋の，数学とは全然関係ない郷土史家が「深川さん。わしは算額を発見したい」と血眼になり探して御津町の無

住の神社の倉庫の奥に3面の大型算額を発見した。これが斉藤の算額でびっくり。もし「全国算額展」のカタログがあればp.48の上の算額の右から2番目の図がそれです。3個の小円だけ見える。少し見難いですが。これが江川邸の算額に書かれた問題です。展示会では1面が剥脱ひどくこの郷土史の方が展示しないと固辞されたのでカタログには2面です。

4 結び：オーバーに言えば算額を調べると江戸時代数学という高等教育を人生の楽しみとして力まずに実力者を呼んでついでに近所の同好者を呼んで庄屋の家でワイワイガヤガヤ。算額を掲げたいときはこのときに師匠に相談。もちろん指導料を払って。時にはアルコールも入り。
算額を現地まで出かけて調べるとこのような状況が浮かびます。このような研究者をマニアといいます。私は子供のときからでき悪く他人の後を追って一人でおたく的に生きてきたので今でもオタクでマニアです。と言ってダイソンに会いましたが。